

# 信用衍生产品及信用违约互换的定价

浙江工商大学金融学院 陈颂意

[摘要]信用衍生产品(CD)是一种于20世纪90年代在国际金融市场兴起的新型信用风险管理工具,它成功的把信用风险从资产中分离出去,改变了商业银行传统的信用风险管理机制,得到了迅速发展。本文介绍了该产品的种类,并着重阐述了CD的主要品种——信用违约互换(CDS)的特征,并在风险中性假设下得到了CDS定价公式。

[关键词]CD CDS 违约事件 信用风险

## 一、引言

20世纪80年代末起,随着金融的全球化及金融市场波动性的加剧,各国银行和投资者都受到了前所未有的信用风险的挑战,信用风险的管理手段成为制约银行发展的关键。20世纪90年代,一种用于信用风险管理的崭新的工具——信用衍生产品(Credit Derivatives,以下简称CD)应运而生。所谓CD,是指参与信用衍生交易双方签订的一项金融性合约,该合约允许信用风险从其他风险中分离出来,并从交易的一方转移到另一方,实质是将信用风险与基础金融资产的其他风险分离,并向交易对手转移。由于其在银行信用风险管理方面的独特性和有效性,自问世以来,交易量呈爆炸式上升。根据国际互换和衍生品协会(ISDA)统计,2005年上半年CD的交易量已经达到12.43万亿美元,与年初相比半年的增幅达到48%,与2004年相比则为124%。目前,CD交易主要集中在欧美的大型金融机构之间,我国尚未涉足。而根据我国银行业目前的资产状况以及各个金融企业对资产结构安排的要求,CD可以在有效管理商业银行信用风险的同时合理引导投资机构资金流向,提高金融市场的效率,故其在我国具有潜在的巨大发展前途。

## 二、信用衍生产品的主要品种及内涵

信用衍生产品产第一笔交易产生于1993年,日本信孚银行发行了一种与其持有的贷款信用质量相关联的债券,作为银行自身的信用保护措施。目前,信用衍生产品主要分为以下四个品种:

(一)信用违约互换(Credit Default Swap,以下简称CDS)。CDS是指交易双方通过签订协议,由一方(信用保护购买方)定期向另一方(信用保护出售方)支付以名义本金的固定基点数表示的费用,同时,它从对方那里收入一笔由一方或更多的第三方参考资产的或有违约所产生的浮动利率支付。该浮动利率支付额旨在与信贷方在参考资产发生违约的情况下所承受的损失相等。当参考资产为银行贷款时,违约发生时出售方的偿付余额通常是未收回部分及其相关费用。根据参考资产的数量,违约互换可分为单一违约互换和信用篮子违约互换,分别以单项债务或一篮子多项债务为基础资产。在篮子违约互换中,如果篮子信用中出现任何一笔违约,信用保护卖方即必须向保护购买方赔偿损失。

(二)总收益互换(Total Return Swap,以下简称TRS)。TRS是指风险出售者将参考资产的全额收益(所有来自贷款的现金流——LIBOR+差价+所有费用),作为交换,风险购买者支付给出售方以LIBOR利率为基础的收益率,当基础资产的价值上升时,风险溢价支付者(银行)将向违约风险的承担者(互换对手)支付价差;当基础资产的价值下降时,违约风险承担者将向风险溢价支付者支付价差。

(三)信用差价期权(Credit Spread Options)。信用差价是相对于无风险利率的差价,它代表向投资者补偿其所承担的基础债券的违约风险。在一个信用差价看跌期权中,期权卖方同意在金融资产价值下跌并低于敲定价的情况下向期权买方提供补偿。在行使期权后,买方的盈利是通过敲定价减去债券市场价格而确定的,而敲定价是将债券现金流的现值按照无风险利率进行贴现,然后再加上敲定信用差价而确定。信用差价期权的信用事件是参考债务人信用等级下降而非发生违约事件。只要其信用差价发生变化即确定卖方对买方的或有支付,因此不会对信用事件的界定及确认产生不一致的观点,从而较为方便。

(四)信用关联票据(Credit-Linked Note,简称CLN)。信用关联票据是一种将普通的固定收益证券与信用违约期权相结合的信用衍生产品。一个信用关联票据结构,使得交易的一方将利用信用互换转移的风险隐含在一个债券中,并将该债券发行给另一个投资者。发行人将CLN发行给投资者,并对其支付利息。若无违约事件发生,则投资者在票据到期时收回票据面值;而一旦参考债务发生信用事件,发行人即不再对投资者支付利息,并在向保护买方进行偿付的同时将票据面值扣除对保护买方的偿付后的余额偿还给投资者。对发行公司而言,当其整体信用等级下降时减少对投资者的偿付金额;而对投资者而言,投资于CLN,可获得高于普通票据的收益率。

## 三、基于风险中性的CDS定价模型

### (一)一些基础知识及基本假设条件

首先对在下文中将会涉及到一些符号及函数做些说明,并指出本文的一些基本假设条件。

1、贴现因子 $R_{t_0}(T)$ 。根据连续复利计算,1单位期限为 $T$ 的无风险零息票债券的现值 $R_{t_0}(T) = e^{-r_{t_0}(T) \cdot T} = e^{-\int_{t_0}^T f_{t_0}(s) ds}$ ,

其中 $r_{t_0}(T)$ 为无风险利率, $f_{t_0}(T)$ 为即时远期利率。 $r_{t_0}(T)$ 也称为 $T$ 期零息票债券的收益。所有期限的这种收益的连续集就构成了无风险利率的期限结构。然而市场上不可能存在无限细分的所有期限的零息票债券,本文假设市场上存在足够多期限的零息票债券,故可以计算出有限的不同期限 $T$ 的 $R_{t_0}(T)$ 。

2、挽回率 (Recovery, 简称 Rec)。设  $T^*$  为直到发生违约事件的时间, 即对于一个给定的时间  $t$ , 违约事件发生在  $t + T^*$  时刻。挽回率是指参考资产发生违约事件时能够收回的比率。Rec 与违约损失率 (Loss Given Default, 简称 LGD) 的关系为  $Rec = 1 - LGD$ 。为了便于下文的推导, 在此假设 Rec 是个独立于时间的常量。在应用中, 通常情况下 Rec 本身的随机性可以从违约概率分布的随机性中得到部分补偿。

由于信用风险定价的关键就在于计算预期违约损失的现值, 而采用不同形式的挽回方法将导致不同的模型, 故应区别以下几种挽回形式。

(1) 零 Rec。产品持有者在参考资产发生违约事件时将一无所获。这种形式下定价公式最为简单但不切实际。

(2) 基于国债的 Rec。此时产品持有者在遭遇信用风险时将收回与所持产品同质 (期限, 名义金额相等) 的国债的一部分。这时的定价公式为无风险国债与零 Rec 债券价值的线性组合。

(3) 基于市场价值的 Rec。违约时, 产品持有者将收到风险资产违约前价值的一部分。在此基础上得到的定价公式相对简单易懂, 因此被广为采用。

(4) 基于面值的 Rec。这时收回的是所持有的资产面值的一部分。这是最符合实际的形式, 因为违约损失通常是通过未偿还名义价值来表示的。本文将采用这种挽回形式, 当然这也会引致一个较为复杂的定价公式。

3、一些基本函数及关系式。首先介绍两个常见的函数:  $F_{t_0}(T)$  和  $S_{t_0}(T)$ 。

$$F_{t_0}(T) = P(T^* \leq T) \quad S_{t_0}(T) = P(T^* > T)$$

$F_{t_0}(T)$  称为违约概率函数,  $S_{t_0}(T)$  称为剩余概率函数 (Survival Probability), 显然,  $F_{t_0}(T) = 1 - S_{t_0}(T)$ 。

为了得到更有用的公式, 计算下式:

$$\begin{aligned} F_{t_0}(T + \Delta T) &= P(T^* < T + \Delta T) = P(T^* < T) + P(T < T^* < T + \Delta T) \\ &= P(T^* < T) + [1 - P(T^* < T)]P(T < T^* < T^* + \Delta T / T^* > T) \\ &= F_{t_0}(T) + [1 - F_{t_0}(T)]P(T < T^* < T^* + \Delta T / T^* > T) \end{aligned}$$

令  $\Delta T \rightarrow 0^+$ , 可得:

$$\frac{dF_{t_0}(T)}{dT} = \lim_{\Delta T \rightarrow 0} \frac{F_{t_0}(T + \Delta T) - F_{t_0}(T)}{\Delta T} = [1 - F_{t_0}(T)] \lim_{\Delta T \rightarrow 0^+} \frac{P(T < T^* < T^* + \Delta T / T^* > T)}{\Delta T}$$

$P(T < T^* < T^* + \Delta T / T^* > T)$  是指违约事件在  $T$  之前不发生的条件下发生在  $T$  和  $T + \Delta T$  之间的概率, 用  $h_{t_0}(T)$

表示  $\lim_{\Delta T \rightarrow 0^+} \frac{P(T < T^* < T^* + \Delta T / T^* > T)}{\Delta T}$ 。可得

$$F'_{t_0}(T) = \frac{dF_{t_0}(T)}{dT} = [1 - F_{t_0}(T)]h_{t_0}(T) = S_{t_0}(T)h_{t_0}(T)$$

$$S'_{t_0}(T) = \frac{dS_{t_0}(T)}{dT} = -S_{t_0}(T)h_{t_0}(T)$$

4、指示函数(indicator function)。指示函数  $1_{\{a < T^* < b\}}$  及  $1_{\{T^* > b\}}$ , 它们的期望值分别被定义为  $E[1_{\{a < T^* < b\}}] = \int_a^b F'_{t_0}(s)ds$ 、

$E[1_{\{T^* > b\}}] = - \int_b^{\infty} S'_{t_0}(s) ds$ , 分别代表违约事件发生在时间  $a$  和  $b$  之间及在  $b$  之后的概率。

## (二) 信用违约互换 (CDS) 的定价

CDS 是两个交易对手方交换第三方 (即参考债务人) 的信用风险的一种合约。保护卖方同意参考债务人违约时向保护买方支付合约名义金额的  $(1 - \text{Re}c)$ 。相应地, 保护买方则向保护卖方预先或定期支付费用。采用后者时, 费用支付到合约到期日或是触发违约事件为止。当违约事件发生时, 保护卖方收到附加保险费用, 同时赔付损失, 此时合约即告终止。可见 CDS 合约的现金流由两部分组成, 对保护卖方而言, 现金流入即在合同期限内定期收到的保险费, 现金流出即违约事件发生时向保护买方赔付由此带来的损失。

假设参考资产的名义金额为 1 单位, 保险费的现值记为  $V^P$ , 违约支付的现值记为  $V^L$ 。  $T_i$  时刻支付保险费为

$c\Delta T_i, i = 1, 2, \dots, n$ , 到期日为  $T_n$ 。  $V^P$  可分为两部分, 第一部分为到合约到期为止的预期保险费现金流的现值, 记为  $V^{P1}$ ;

第二部分为违约发生时的预期附加保险费, 记为  $V^{P2}$ 。那么:

$$\begin{aligned} V^{P1} &= \sum_{i=1}^n E[c\Delta T_i R_{t_0}(T_i) 1_{\{T^* > T_i\}}] = \sum_{i=1}^n c\Delta T_i R_{t_0}(T_i) E[1_{\{T^* > T_i\}}] \\ &= c \sum_{i=1}^n \Delta T_i R_{t_0}(T_i) \int_0^{T_i} S'_{t_0}(s) ds = c \sum_{i=1}^n \Delta T_i R_{t_0}(T_i) S_{t_0}(T_i) \end{aligned} \quad ①$$

$$\begin{aligned} V^{P2} &= E\left[\sum_{i=1}^n \frac{T^* - T_{i-1}}{T_i - T_{i-1}} c\Delta T_i 1_{\{T_{i-1} < T^* < T_i\}} R_{t_0}(T^*)\right] \\ &= c \sum_{i=1}^n \Delta T_i \int_{T_{i-1}}^{T_i} \frac{s - T_{i-1}}{T_i - T_{i-1}} F'_{t_0}(s) R_{t_0}(s) ds = c \sum_{i=1}^n \Delta T_i \int_{T_{i-1}}^{T_i} \frac{s - T_{i-1}}{T_i - T_{i-1}} h_{t_0}(s) S_{t_0}(s) R_{t_0}(s) ds \end{aligned} \quad ②$$

②式中  $\frac{T^* - T_{i-1}}{T_i - T_{i-1}}$  是  $\Delta T_i$  这段保险费支付期间内由于发生违约事件所应承担的部分。

如前所述, 采用基于面值的挽回形式, 则可以得到以下关于预期违约支付的现值:

$$\begin{aligned} V^L &= E[(1 - \text{Re}c) 1_{\{T_0 < T^* < T_n\}} R_{t_0}(T^*)] = (1 - \text{Re}c) E[1_{\{T_0 < T^* < T_n\}} R_{t_0}(T^*)] \\ &= (1 - \text{Re}c) \int_{T_0}^{T_n} F'_{t_0}(s) R_{t_0}(s) ds = (1 - \text{Re}c) \int_{T_0}^{T_n} h_{t_0}(s) S_{t_0}(s) R_{t_0}(s) ds \quad ③ \end{aligned}$$

对于保护卖方来说, CDS 的价值就是未来现金流入与流出现值的差额, 所以:

$$\begin{aligned} V^{CDS} &= V^{P1} + V^{P2} - V^L = c \sum_{i=1}^n \Delta T_i (R_{t_0}(T_i) S_{t_0}(T_i) + \int_{T_{i-1}}^{T_i} \frac{s - T_{i-1}}{T_i - T_{i-1}} h_{t_0}(s) S_{t_0}(s) R_{t_0}(s) ds) \\ &\quad - (1 - \text{Re}c) \int_{T_0}^{T_n} h_{t_0}(s) S_{t_0}(s) R_{t_0}(s) ds \quad ④ \end{aligned}$$

在风险中性假设下, CDS 的信用差价为平价信用价差 (par credit spread)。风险中性则是指如果有人愿意无条件地参加公平赌博, 他就被认为是风险中性的。风险中性投资者对风险采取无所谓的态度, 他们对所有资产均不要求获得相应的风险补偿, 即预期收益率都相同, 也就是无风险收益率。所以, CDS 的信用差价为零。风险中性假设和套利均衡分析是紧密联系的。当无风险套利机会出现时, 不管其对风险的厌恶程度如何, 所有的市场参与者都会进行套利活动, 因此可以得到这样一个推论: 无套利均

衡分析的过程和结果与市场参与者的风险偏好无关。因此,在风险中性假设下,使用无套利理论进行分析可得 $V^{CDS}=0$ ,即令④式为零,可得:

$$c = \frac{(1 - \text{Re } c) \int_0^{T_n} h_{t_0}(s) S_{t_0}(s) R_{t_0}(s) ds}{\sum_{i=1}^n \Delta T_i (R_{t_0}(T_i) S_{t_0}(T_i) + \int_{T_{i-1}}^{T_i} \frac{S - T_{i-1}}{T_i - T_{i-1}} h_{t_0}(s) S_{t_0}(s) R_{t_0}(s) ds)} \quad (5)$$

$c$ 即为我们要求的年保险费,由于名义金额设为1,故 $c$ 其实就是CDS的年费率。上式中涉及到了一些积分运算,为简便起见,

可以通过调整②③两式将其去掉。违约事件发生在 $T_{i-1}$ 与 $T_i$ 之间也可用 $S_{t_0}(T_{i-1}) - S_{t_0}(T_i)$ 来表示,此时 $V^L$ 为:

$$\tilde{V}^L = (1 - \text{Re } c) \sum_{i=1}^n R_{t_0}(T_i) (S_{t_0}(T_{i-1}) - S_{t_0}(T_i)) \quad (6)$$

附加保险费的计算稍微复杂一点,假设违约事件在 $T_{i-1}$ 和 $T_i$ 时间间隔的中间发生,则②式中的 $\frac{T^* - T_{i-1}}{T_i - T_{i-1}} = \frac{1}{2}$ ,因此,此

时,②式的近似式为:

$$\tilde{V}^{P2} = C \sum_{i=1}^n R_{t_0}(T_i) (S_{t_0}(T_{i-1}) - S_{t_0}(T_i)) \frac{\Delta T_i}{2} \quad (7)$$

①式中没有积分,所以无需调整。最后 $V^{CDS}$ 通过调整后的价值为:

$$\begin{aligned} V^{CDS} = c \sum_{i=1}^n \{ & [R_{t_0}(T_i) S_{t_0}(T_i) \Delta T_i + R_{t_0}(T_i) [S_{t_0}(T_{i-1}) - S_{t_0}(T_i)] \frac{\Delta T_i}{2} \} \\ & - (1 - \text{Re } c) \sum_{i=1}^n R_{t_0}(T_i) [S_{t_0}(T_{i-1}) - S_{t_0}(T_i)] \end{aligned} \quad (8)$$

令其值等于零,得到CDS的费率:

$$c = \frac{(1 - \text{Re } c) \sum_{i=1}^n R_{t_0}(T_i) [S_{t_0}(T_{i-1}) - S_{t_0}(T_i)]}{\sum_{i=1}^n R_{t_0}(T_i) S_{t_0}(T_i) \Delta T_i + R_{t_0}(T_i) [S_{t_0}(T_{i-1}) - S_{t_0}(T_i)] \frac{\Delta T_i}{2}} \quad (9)$$

#### 四、总结

我国商业银行的资产面临较大的信用风险,对于风险管理方法的改进有着迫切的需求,因此CD的引进具有重大的意义。但是我国目前信用评级制度不完善,金融监管力度不够,法律法规的空缺,以及金融市场的发展落后,都制约着CD的应用。其定价问题也是制约其发展的较大障碍,因此本文在风险中性假设下提出了一个比较正统且相对易懂的CDS的定价模型。

#### 参考文献:

- [1] Philip Gisdakis:《Shape Factor Models In Credit Risk》[J], working paper, 2004.
- [2] 郇彬:《信用衍生工具在我国银行风险管理中的应用》[J], 上海经济研究, 2004, (5).
- [3] 于荟楠:《信用风险管理新技术——信用衍生产品》[J], 经济问题探索, 2000, (2).
- [4] 赵征:《信用衍生工具的品种特色与效率贡献》[J], 中南财经政法大学学报, 2004, (2).
- [5] 于研:《信用衍生工具中存在的估价障碍和风险分析》[J], 财经研究, 2003, (4).
- [6] 刘宏峰, 杨晓光:《信用衍生产品的类型及用途》[J], 管理评论, 2003, (2).
- [7] 潘杰义等:《信用风险管理创新工具——信用衍生品的发展与评述》[J], 西北师大学报, 2003, (5).