快捷估算债券到期收益率、久期的方法

中信证券 裴晓明[1]

在债券投资和相关的风险控制中，计算债券产品的到期收益率、远期收益率和久期是离不开的事情。平时工作中，这些计算可以借助相关的债券分析软件自动计算。但有时，也会有手头仅一部计算器的情况，这时，我们就需要有一种快捷简单估计相关收益率和久期的方法。本文试图在这方面进行一些探讨，抛砖引玉，期望大家指出错误，并提出改进意见。

这里的方法均为针对固定利率年付息一次的附息不含权债券，当然一年多次付息的情况也是类似的。

一、到期收益率

债券常用的有即期收益率，到期收益率和远期收益率。但平时最常用的还是到期收益率，因为它简化为一个期限的收益率只与该期限相关。

其定义表述如下：

$$B=\sum_{i=1}^{N}\frac{r}{(1+y)^{i}}+\frac{P}{(1+y)^{N}} \qquad （1）$$

其中：

y 就是到期收益率，

B 为该债券的净价，

r 是债券的票息，

P 为债券面值，一般是 100，

N 为付息周期。

从这个公式也可以理解到期收益率是债券投资的内部收益率。估计到期收益率就是利用已知的债券基本信息，N，P，r,来估算 y。

首先需要对债券依据剩余期限进行简单分类，分为短期债券和长期债券分别处理。

当债券为短期债券时（如剩余期限在 3 年以下），可以忽略现金流折现的效果，而直接用现金流简单迭加计算。例如：国债 010303，净价 102.43，票面利率 3.27%，剩余期限为 2.6 年。由此，可以计算出未来现金流入总计为 100+3.27*2.6=108.5，这样，其收益率约为（108.5-102.43）/102.43=5.93%，按单利年化后得收益率为 2.28%，相比之下，专业债券软件显示的该债券的收益率为 2.29%。这说明作为粗略估计已经可以了。

当债券为中长期债券时（如剩余期限在 3 年以上）。首先我们注意一个原理，

[1] EMAIL：pxm@citics.com

即对于一只新发的债券，当它的市场收益率与票面收益率相等时，其净价就是它的面值，即 100 元。

因此，利用这一原理，我们进行如下收益率估计：

1、 计算当前净价与票面的差价$\sigma = B - P$，其中 B 是市价，P 是票面值（默认 100）

2、 将该差价σ平均分配到每次付息中，即$\lambda = \frac{\sigma}{N}$，其中 N 是剩余的付息次数，这里 N 可能是小数，如剩余 6.5 年，则 N=6.5 次。

3、 将票面利率进行λ调整，即可得到近似的收益率 y。

综合上述，即 $y = r - \frac{B-P}{N}$ （2）

以国债 010311 为例，其净价 104.05，票面利率为 3.5%，剩余期限 5.181，以上述方法计算，y=3.5-(104.05-100)/5.181=2.72，相比债券软件计算的是 2.69，同样，误差在可容忍范围之内。

不妨再以 02 三峡债（120201）为例，其净价是 106.37，票面利率为 4.76%，剩余期限为 17.02 年，以上述方法计算，y=4.76-(106.37-100)/17.02=4.38，相比债券软件计算的结果是 4.23，误差为 4.25%，应该说作为粗略估计也可以接受。

二、久期

Macauley 久期衡量债券现金流的平均支付时间。例如贴现债券，其 Macauley 久期就是它的到期时间。修正久期衡量组合价格对于收益率的敏感性。收益率在小范围变化时，可以认为组合市值与收益率成线性负相关，线性系数即为修正久期。因此，Macauley 久期与修正久期在债券投资的风险控制中有重要作用。

久期定义如下：假设某债券在未来共有 n 次现金支付（利息或本金支付）$c_1, c_2, \cdots, c_n$，距离现在的日期分别为$t_1, t_2, \cdots t_n$（单位为年），则根据公式

$$D = \frac{1}{B} \cdot \sum_{t=1}^{n} \frac{t_i \cdot c_i}{(1+y)^{t_i}}$$

修正久期为：

$$D^* = \frac{D}{1+y}$$

这里探讨一下如何用计算器进行 Macauley 久期（同样也是修正久期）的简捷估计。

先给出久期的估算公式如下：

$$D = \frac{1}{B \times (1+y)^N} \left[\frac{R}{y} \times \left[\frac{(1+y)^{N+1} - 1}{y} - (N+1) \right] + P \times N \right] \qquad (3)$$

其中： D 是 Macauley 久期

B 是债券现在的净价
R 是每次付息的现金值
N 是剩余期限，可以是非整数
P 是债券到期本金，即 100

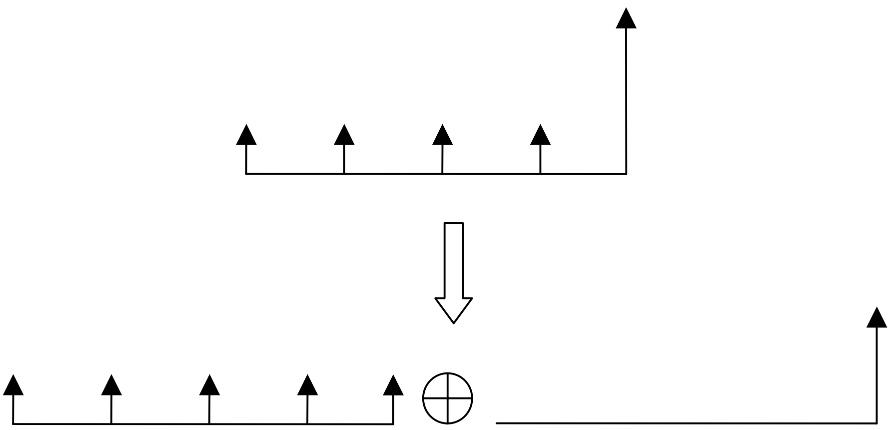
y 是债券的到期收益率

用例看一下这个公式的结果如何，国债 010308，B=97.89，R=3.02，N=8，y=0.0332，这样，公式（3）中可直接计算出其 Macauley 久期为 7.2，修正久期为 6.98，而用债券分析软件计算得到的久期是 7 和 6.78。误差约为 2.8%.

再如，国债 010411，B=101.97，R=2.98，N=1.252，y=0.0138，这样，公式（3）中可直接计算出其 Macauley 久期为 1.25，修正久期为 1.23，而用债券分析软件计算得到的久期是 1.22 和 1.207。误差约为 1.6%。总体而言，公式（3）估算久期粗略还是可以接受的。

下面将公式（3）的推导进行简单描述：

首先将附息债券分解为两只债券，一只是到期只还本金，一只是每次只付息，即



由于久期可以线性相加，所以，原来的久期等于：

$$D = D_1 + D_2$$

$$D_1 = \frac{1}{B}\sum_{i=1}^{N}\frac{t_i \times R}{(1+y)^i}$$

$$D_2 = \frac{1}{B} \times \frac{N \times P}{(1+y)^N}$$

这里对时间进行了简化，因为时间并不一定是整数开始，存小于一年的小数部分，即 $t_1 \le 1$ 并且 $t_i - t_{i-1} = 1$。（对于一年多次付息的情况同样）

现在对 D_1 进行处理后可得：

$$D_1 = \frac{R}{B \times (1+y)^N}\left[\frac{1}{y}\left[\frac{(1+y)^{N+1}-1}{y} - (N+1)\right]\right]$$

$$D_2 = \frac{P \times N}{B \times (1+y)^N}$$

$$D = D_1 + D_2 = \frac{1}{B \times (1+y)^N}\left[\frac{1}{y}\left[\frac{(1+y)^{N+1}-1}{y} - (N+1)\right] + P \times N\right]$$

到此，得出了久期的便捷估算公式，虽然看上去它也不那么便捷，但至少可以用手头的计算器计算出久期而不用依赖专业软件和计算机进行反复求和计算。

当然，在公式（3）基础之上可能还可以进一步简化，期待大家探讨。

另外，除了这种公式估算之外，也可以用工程思想进行更加粗略的估计，即用“经验参数法”，如经验得出各期限对应的久期折算系数如下：

剩余期限	久期/剩余期限系数
3 年以内	0.99-0.95
3-6 年	0.95-0.90
6-8 年	0.90-0.85
8-12 年	0.85-0.75
12-20 年	0.75-0.65
20 年以上	0.60

这是一种更为粗略但极为简单的方法，在日常工作中也不失使用价值。